

Olivier Bos  
olivier.bos[at]u-paris2.fr  
Université Panthéon-Assas (Paris II)

---

Eléments de travaux dirigés : différenciation par les prix

---

**Description du document.** Ce document de travaux dirigés propose d'étudier deux modèles de localisation qui ont et continuent de donner lieu à de nombreuses recherches en économie industrielle. Ces modèles sont détaillées dans le livre de (Tirole 1993, page 154 et 161), Théorie de l'Organisation Industrielle.

## Exercice 1 : Hotelling, localisation linéaire

Nous considérons deux firmes, 1 et 2, produisant un bien identique au même coût moyen constant  $K$ . Ces firmes se font concurrence en prix ; on notera  $p_i$  le prix pratiqué par la firme  $i$ .

**Question préliminaire :** Rappelez les hypothèses et les résultats du duopole de Bertrand.

L'hypothèse que les consommateurs achètent au plus bas prix est irréaliste s'ils ont à supporter des coûts de transport. Dans ce cas, ils auront à arbitrer entre acheter près de chez eux et acheter cher mais plus loin. Pour donner une représentation schématique de cette situation, on suppose qu'il y a un continuum de consommateurs uniformément répartis le long d'une rue désignée par  $[0, 1]$ . Chaque consommateur achète à coup sur une unité.

Les deux firmes ont chacune un magasin dans la rue, situé en  $l_1$ ,  $0 \leq l_1 \leq 1$ , pour la firme 1 et en  $l_2$ ,  $0 \leq l_2 \leq 1$ , pour la firme 2.

Le consommateur supporte un coût de transport qui varie de manière quadratique en fonction de la distance qu'il parcourt : coût de transport =  $c \times (\text{distance})^2$ ,  $c$  est une constante positive.

1. S'il habite en  $x$ , combien coûte au consommateur d'acheter à la firme  $i$  pour  $i = 1, 2$  ?
2. Où sont situés les consommateurs qui achètent au magasin 1 ? On notera  $\bar{l} = \frac{l_1 + l_2}{2}$ . En déduire les fonctions de demande et de profit.
3. Les firmes choisissent leur prix. Quels sont les prix d'équilibre  $(\bar{p}_1, \bar{p}_2)$  ? (Indication : chercher l'équilibre de Nash et représenter les fonctions de réactions.) Pour quelles conditions sur  $l_1$  et  $l_2$  sont-ils égaux ?
4. Exprimez les profits d'équilibre. Discutez l'influence du paramètre  $c$ . Que se passe-t-il lorsque  $c = 0$  ?
5. Les firmes choisissent désormais leur localisation. En déduire la localisation d'équilibre des firmes. Commentez.

## Exercice 2 : Salop, localisation circulaire

On étudie dans cet exercice la localisation et le nombre optimal d'entreprises sur un marché circulaire. Tirole, dans son manuel intitulé *Théorie de l'organisation industrielle*, suggère comme exemple des supermarchés dans une banlieue circulaire ; on peut citer aussi ce modèle comme un modèle de choix de produit ("localisation") : par exemple, une entreprise de transport aérien peut choisir ses horaires d'avion (les produits) en fonction de la demande des voyageurs.

Le marché est représenté par un cercle de circonférence unité, sur lequel sont répartis uniformément les consommateurs : un arc de longueur  $d$  contient  $d\%$  des consommateurs. Chaque consommateur consomme 0 ou 1 unité de bien. S'il achète 0, son utilité est nulle ; s'il achète une unité au prix  $p$  à une firme située à une distance  $d$ , son utilité est  $u - p - td$ , où  $t$  désigne le coût unitaire de transport et  $u$  l'utilité que procure une unité de bien. Afin de ne pas compliquer la résolution du modèle, essentiellement illustratif, on ne s'intéressera qu'à des équilibres symétriques, où les entreprises sont équidistantes et pratiquent le même prix. On note  $c$  le coût marginal constant et  $f$  le coût fixe.

On suppose qu'il y a sur le marché  $n$  firmes équidistantes et que  $n - 1$  pratiquent le prix  $\bar{p}$ . On cherche dans un premier temps, à quelles conditions la  $n^{\text{ème}}$  pratiquera aussi le prix  $\bar{p}$ . Soit  $p$  le prix pratiqué par cette firme.

1. On suppose que  $\bar{p} - \frac{t}{n} < p < \bar{p} + \frac{t}{n}$ . Où se situe le consommateur indifférent entre acheter à la firme et à sa voisine ? Si ce consommateur consomme effectivement, quelle est la demande adressée à la firme ?
2. Que se passe-t-il si  $p > \bar{p} + \frac{t}{n}$  ?

3. Calculez le taux de marge. Discutez l'influence de  $t$  et  $n$  sur le taux de marge ?
4. Quel est le seul prix d'équilibre possible ? Calculez le nombre de firmes maximale  $\bar{N}$  sur le marché. Commentez l'évolution de  $\bar{N}$  en fonction des paramètres de coût.
5. A quelle condition sur le coût fixe l'hypothèse que tous les consommateurs consomment effectivement (marché dit "couvert") est-elle satisfaite ?

**Question bonus :** Montrez qu'un planificateur cherchant à maximiser l'utilité sociale (somme des surplus des consommateurs et des profits des entreprises) choisirait  $N^*$  de manière à minimiser la somme des coûts de transport des consommateurs. Calculez  $N^*$ . La concurrence imparfaite engendre-t-elle trop ou trop peu de firmes ? Commentez.

### Exercice 3 : Dixit-Stiglitz, concurrence monopolistique

On considère un marché de concurrence monopolistique où s'échangent  $n$  variétés d'un même bien, chacune produite par une firme mono-produit et une seule. Les variétés sont indicées par  $i$ ,  $i$  variant de 1 à  $n$ . On notera  $x_i$  la quantité demandée de la variété  $i$ , et  $x$  le vecteur  $x = (x_1, \dots, x_n)$ ; Toutes les firmes sont identiques et sont caractérisées par la fonction de coût total  $C(x_i) = cx_i + f$ , avec  $c > 0, f > 0$ . La demande pour  $n$  variétés émane de  $N$  consommateurs tous identiques dont les préférences sont définies sur des paniers  $(m, x)$  où  $m$  est la monnaie, qui représente la dépense consacrée par les consommateurs à d'autres biens. Chaque consommateur est caractérisé par la fonction d'utilité

$$u(m, x) = m + \frac{1}{n(1-a)} \sum_{i=1}^n x_i^{1-a}$$

avec  $0 < a < 1$ , lorsque  $n$  variétés sont présentes sur le marché. Les consommateurs ont tous le même revenu  $r$ . On note  $p_i$  le prix de la variété  $i$ . Le prix de la monnaie est égale à 1.

Les firmes jouent un jeu en deux étapes. Il y a un nombre potentiel arbitrairement grand de firmes et de variétés. A la première étape chaque firme décide d'entrer ou non sur le marché. A la seconde étape, les  $n$  firmes présentes se font concurrence en prix : chaque firme  $i$  choisit un prix  $p_i$  et sert la demande  $x_i$  qui lui est adressée.

1. Comment résoudre un tel jeu ?
2. Calculez l'équilibre du jeu de concurrence monopolistique décrit ci-dessus :
  - a. Calculez d'abord l'équilibre de Nash symétrique du sous-jeu de concurrence en prix ;
  - b. Calculez ensuite le nombre de firmes présentes à l'équilibre d'entrée.
3. Commentez tous les résultats obtenus en proposant une interprétation économique.
4. Le modèle étudié décrit-il bien une situation de concurrence monopolistique ?
5. Examinez les propriétés asymptotiques de l'équilibre.