Cours d'Economie Industrielle
Master 1 Economie-Gestion, mention IES

Automne 2010

Olivier Bos
olivier.bos[at]u-paris2.fr
Université Panthéon-Assas (Paris II)

Correction des exercices : la discrimination par les prix

Exercice 2

Remarque. La discrimination par les prix au second degré fait intervenir des mécanismes dit d'auto-sélection. Ces modèles d'au-sélection sont les plus connus de la théorie des contrats. Leur popularité tient au fait qu'ils peuvent avoir de multiples applications concètes. Il suffit, en effet d'observer autour de soi la multiplication d'offres tarifaires à ma carte, de tarifs non linéaires, où le consommateur choisit la formule qui lui convient le mieux. Le livre de B. Salanié, *Théorie des contrats*, permet un approfondissement utile et est accessible à un niveau second cycle.

1. Evaluation marginale : $\frac{\partial u_i}{\partial x}(x, y)$.
   $\frac{\partial u_2}{\partial x}(x, y) > \frac{\partial u_1}{\partial x}(x, y)$ soit encore $\theta_2 < \theta_1$.
   On remarque également que $u_2(x, y) > u_1(x, y)$.
2. Le programme du consomateur i :

$$\max_{x_i} u_i(x, y)$$
$$sc. \;\; R = px + y$$

   Deux méthodes de résolution possibles (cf TD1). On va au plus rapide : TMS=-rapport des prix soit ici $p = 1 - 2\theta_i x$ d'où la demande du type i

$$x_i(p) = \frac{1-p}{2\theta_i}$$

   On en déduit la demande agrégée :

$$D(p) = (1-p)\frac{N}{2}\left(\frac{1}{2\theta_i} + \frac{1}{2\theta_2}\right)$$

   Faire le graphique.
3. Le monopole maximise son profit $\pi = RT(x) - CT(x)$ soit ici

$$\max_p \frac{N}{2}(p-c)(1-p)\left(\frac{1}{2\theta_i} + \frac{1}{2\theta_2}\right)$$

   La condition de premier ordre : $\pi'(p) = 0 \Leftrightarrow (1 - 2p + c)\left(\frac{1}{2\theta_i} + \frac{1}{2\theta_2}\right) = 0$ d'où

$$p^\star = \frac{1+c}{2} \text{ puis } D^\star = \frac{N}{8}(1-c)\frac{\theta_1+\theta_2}{\theta_1\theta_2} \text{ et } \pi^\star = \frac{N}{16}(1-c)^2\frac{\theta_1+\theta_2}{\theta_1\theta_2}$$

4. Le monopole discrimine désormais les types de consommateurs.Il résout le programme suivant :

$$\max_{\{p_1,p_2\}} = (p_1 - c)\frac{N}{2}\frac{1-p_1}{2\theta_1} + (p_2 - c)\frac{N}{2}\frac{1-p_2}{2\theta_2}$$

   les prix d'équilibres $p_1^\star, p_2^\star$ sont telles que :

$$\begin{cases} \frac{1-p_1^\star}{2\theta_1} + \frac{c}{2\theta_1} = 0 \\ \frac{1-p_2^\star}{2\theta_2} + \frac{c}{2\theta_2} = 0 \end{cases}$$

   d'où $p_1^\star = p_2^\star = \frac{1+c}{2}$. Les prix obtenus sont identiques au cas sans discrimination. Pas de raison de discriminer.
5. Les consommateurs paient désormais un tarif $m_i = A_i + p_i x_i$. Le monopole observe les types, il choisit m_i de façon à extraire tout le surplus des consommateurs, c'est-à-dire tel que $A_i + p_i x_i = x_i(1 - \theta_i x_i)$. On en déduit

$$\begin{aligned} A_i &= x_i(1-\theta_i x_i) - p_i x_i \\ &= \frac{1-p_i}{2\theta_i}(1 - p_i + \frac{1+p_i}{2}) \\ &= \frac{(1-p_i)^2}{4\theta_i} \end{aligned}$$

L'abonnement est un tarif fixe. Il reste à déterminer A_i indépendamment de p_i. Pour chaque type de consommateur, le monopole résout le programme suivant :

$$\max_{p_i}(p_i - c)\frac{1-p_i}{2\theta_i} + A_i$$

d'où la condition de premier ordre $\frac{1}{2\theta_i}(1-2p_i+c) - \frac{1}{2\theta_i} = 0$ soit encore

$$p_i = c$$

. On en déduit

$$A_i = \frac{(1-c)^2}{4\theta_i}$$

6. Sans discrimination, le monopole cherche à rendre accessible le bien à tous d'où $A = \min\{A_1, A_2\}$. Puisque $\theta_1 > \theta_2$ (cf question 1) $A = A_1(p) = \frac{(1-p)^2}{4\theta_1}$. p est déterminer par le monopole de façon à maximiser ses profits :

$$\max_p (p-c)D(p) + 2\frac{N}{2}A(p) \Leftrightarrow \max_p \frac{N}{2}\left((p-c)(1-p)\left(\frac{1}{2\theta_1}+\frac{1}{2\theta_2}\right) + \frac{1}{2\theta_1}(1-p)^2\right)$$

la condition de premier ordre :

$$\left(\frac{1}{2\theta_1}+\frac{1}{2\theta_2}\right)(1-2p+c) - \frac{1}{2\theta_1}(1-p) = 0$$

d'où $p^\star = \frac{\theta_1-\theta_2+c(\theta_1+\theta_2)}{2\theta_1}$, $A^\star = \frac{1}{4\theta_1}\left(\frac{(\theta_1+\theta_2)(1-c)}{2\theta_1}\right)$

7. Le monopole n'observe plus les différents types de consommateurs. Etant donné que les consommateurs sont de types différents, il propose un tarif pour chaque type de consommateur et s'assure que chaque type de consommateur choisisse effectivement le tarif qui lui est destiné. Ainsi, il souhaite tirer partie de la différence des consomateurs. Pour cela, il propose un menu de tarif, ou un menu de contrat, qui tient compte des choix rationnels des consommateurs et qui lui permet de maximiser son profit.

   (m_i, x_i) est tel que chaque consommateur de type i retire une utilité positive à consommer effectivement la quantité x_i au tarif m_i (sinon, il ne choisira jamais ce menu de tarif). D'où des contraintes de rationnalités :

$$u_1(x_1) - m_1 \geq 0 \tag{1}$$

$$u_2(x_2) - m_2 \geq 0 \tag{2}$$

   Ces menus de tarifs doivent aussi assurer que les consommateurs choisissent bien le contrat qui leur est destiné :

$$u_1(x_1) - m_1 \geq u_1(x_2) - m_2 \tag{3}$$

$$u_2(x_2) - m_2 \geq u_2(x_1) - m_1 \tag{4}$$

8. Plusieurs méthodes sont possibles, dont une avec un raisonnement par l'absurde.

   m_1 est tel que le type 1 [1] consomme effectivement, tout son surplus étant extrait par le monopole. Ainsi

$$u_1(x_1) = m_1$$

   On remarque que le consommateur 2 est certain lui aussi de consommer. En effet, $u_2(x_1) - m_1 = u_2(x_1) - u_1(x_1)$. Saturer (1) permet non seulement d'extraire tout le surplus des types 1 mais aussi

1. On parlera de petit consommateur pour celui dont l'utilité est la plus petite, ici le type 1, et de gros consommateur pour celui dont l'utilité est la plus grande soit le type 2.

de s'assurer que les consommateurs des deux types consomment.

m_2 doit être tel que le gros consommateur ne choisissent pas le menu destiné au type 1. Pour cela, il suffit que (4) soit saturée. En effet pour $u_2(x_2) - m_2 = u_2(x_1) - m_1$ les types 2 deviennent indifférents entre les deux contrats. Puisque (3) n'est pas saturée, les types 1 ne choisiront jamais le menu (m_2, x_2).

9. $$\max_{x_1,x_2} \frac{N}{2}(m_1 - cx_1) + \frac{N}{2}(m_2 - cx_2)$$

$$\begin{aligned} sc \qquad & u_1(x_1) = m_1 \\ & u_2(x_2) - m_2 \geq 0 \\ & u_1(x_1) - m_1 \geq u_1(x_2) - m_2 \\ & u_2(x_1) - m_1 = u_2(x_1) - u_1(x_1) \end{aligned}$$

Les deux équations saturées combinées donnent $m_2 = u_2(x_2) - u_2(x_1) + u_1(x_1)$. Le programme du monopole devient alors

$$\max_{x_1,x_2} \frac{N}{2}(u_2(x_2) + 2u_1(x_1) - u_2(x_1) - c(x_1 + x_2)$$

10. L'efficacité conduit à égaliser l'utilité marginale et le coût marginal. Les conditions du premier ordre du programme précédent sont $\frac{\partial \pi}{\partial x_1}(x) = 0$, $\frac{\partial \pi}{\partial x_2}(x) = 0$.

$$\text{Soit } 2u_1'(x_1) - u_2'(x_1) = c \text{ et } u_2'(x_2) = c.$$

Ainsi le type 2 est bien à l'efficacité alors que le type 1 consomme une quantité socialement trop faible $(u_1'(x_1) = c + u_2'(x_1) - u_1'(x_1) > c)$.

11. Les types 2 ont un surplus positif, c'est ce qu'on appelle une rente informationnelle. En effet, afin d'inciter les types 2 à choisir le menu qui leur est destiné, il est nécessaire de leur donner un peu de surplus. Commenter la différence avec la discrimination en information complète.

Exercice 3

Remarque 1 Comme l'indique l'énoncé, on s'intéresse à la décision d'achat d'un bien homogène par deux types d'individus, un type plus disposé à payer et infiniment impatient (type 1), et un type peu disposé à payer et infiniment patient (type 2). Dans ce cadre formel, on étudie si la discrimination est une pratique rentable de la part d'une entreprise en monopole.

Remarque 2 Dans la première partie, on va montrer que l'extrême impatience des consommateurs de type 1 permet à l'entreprise de pratiquer de la discrimination inter-temporelle sans pour autant se faire concurrence à elle-même. Ce résultat rejoint la fameuse "conjecture de Coase" : le pouvoir de discrimination intertemporelle du monopole décroît avec la patience des consommateurs, et à la limite une patience infinie contraindrait le monopole à vendre à son coût marginal.
La deuxième partie va consister à construire un exemple dans lequel l'existence de certains consommateurs *plus disposés à payer mais aussi plus patients* renverse les conclusions. Cet exemple n'a pas valeur de généralité, comme l'attestent plusieurs restrictions techniques sur les paramètres, mais permet d'illustrer les conditions sur les préférences des consommateurs nécessaires pour obtenir le résultat de Coase.

Première partie.

Avant toute chose, on va construire la fonction de demande pour le bien considéré. On va s'apercevoir très vite que cette fonction est discontinue. Le plus simple est de parcourir l'espace des prix possibles et de calculer dans chaque cas quelle sera la demande correspondante.

Si $0 \leq p \leq \overline{v}_2$ alors les individus des deux types retirent une utilité positive de l'achat, donc consomment. Leur demande est égale à 1 bien par personne multiplié par la taille de la population, normalisée à 1.

Si $\overline{v}_2 < p \leq \overline{v}_1$ alors seuls les individus de type 1 retirent une utilité positive de l'achat à un tel prix, si l'achat est fait en première période. Leur demande est égale à 1 bien par personne multiplié par la part de la population de type 1, soit α.

Si $p > \overline{v}_1$ alors aucun consommateur ne retire d'utilité de l'achat, la demande est nulle.

En résumé la fonction de demande à la première période est donnée par :

$$D(p) = \begin{cases} 1 \text{ si } 0 \leq p \leq \overline{v}_2 \\ \alpha \text{ si } \overline{v}_2 < p \leq \overline{v}_1 \\ 0 \text{ si } p > \overline{v}_1 \end{cases}$$

On obtient une fonction de demande avec un "coude", discontinue, (faire le graphique)

En deuxième période on aura $D(p) = \begin{cases} 1 \text{ si } p = 0 \\ 1 - \alpha \text{ si } 0 < p \leq \overline{v}_2 \\ 0 \text{ si } p > \overline{v}_2 \end{cases}$

1. Stratégie de prix constant ou non-discrimination

   Compte tenu de la discontinuité de la fonction de demande, la technique pour trouver le prix maximisant le profit sera légèrement différente, quoique logiquement identique.

   On peut voir immédiatement que si le prix est le même, alors les consommateurs n'achèteront qu'en première période, puisqu'en deuxième période leur surplus est inférieur ou égal.

   En première période, la firme ne reçoit une demande positive que lorsque le prix est compris dans deux intervalles : soit $[0; \overline{v}_2]$, soit $[\overline{v}_2; \overline{v}_1]$.

   Puisque la demande est la même pour tout prix compris dans chacun de ses intervalles, le monopole maximisant le profit n'a réellement le choix qu'entre les deux bornes supérieures, $\overline{v}_2$ ou $\overline{v}_1$, et que tous les autres alternatives sont dominées.

   Enfin, compte tenu d'un coût marginal fixé à zéro par hypothèse, on obtient les profits suivants :
   $\pi(p) = \begin{cases} \overline{v}_2 \text{ si } p = \overline{v}_2 \\ \alpha\overline{v}_1 \text{ si } p = \overline{v}_1 \end{cases}$

   Or on a posé dans l'énoncé l'hypothèse $\overline{v}_2 > \alpha\overline{v}_1$.

   Le profit est donc maximisé pour la stratégie de non-discrimination au prix $\underline{v}_2$. On en déduit le profit du monopole :

$$p = \overline{v}_2$$

$$\pi(\overline{v}_2) = \overline{v}_2$$

2. Stratégie de discrimination par les soldes

   On admet à présent la possibilité pour le monopole de variations de prix au cours du temps. Cette variation va s'avérer discriminante.

   On demande dans l'exercice quel sera le profit du vendeur avec un prix $p = \overline{v}_1$ en première période, et $p = \overline{v}_2$ en deuxième période : il s'agit bien de soldes puisque $\overline{v}_2 < \overline{v}_1$.

   Selon les fonctions de demande obtenues on voit directement que la firme vendra α (acheté par le type 1) en première période et $1 - \alpha$ (acheté par le type 2) pendant les soldes.

   Le profit sera donc :

$$\pi(\overline{v}_1, \overline{v}_2) = \alpha\overline{v}_1 + (1 - \alpha)\overline{v}_2$$

3. Comparaison

   Le profit avec soldes est supérieur au profit sans soldes puisque par hypothèse $\overline{v}_1 > \overline{v}_2$. On obtient

$$\pi(\overline{v}_2) < \pi(\overline{v}_1, \overline{v}_2)$$

Dans ce cadre, les soldes peuvent donc être justifiées par une stratégie de discrimination intertemporelle.

Bien entendu, d'autres arguments théoriques (fondés également sur la rationalité individuelle) permettent d'expliquer le phénomène des soldes : par exemple l'existence de coûts de stockage non pris en compte ici, ou l'obsolesence due aux phénomènes de mode. Expliquer le phénomène des soldes n'est pas vraiment le but de l'exercice.

Deuxième partie.

1. Stratégie de prix constant ou non-discrimination

   On étudie un marché avec une fonction de demande différente de celle du cas précédent.

   $D(p) = \begin{cases} 1 \text{ si } 0 \leq p \leq \overline{v}_2 \\ \frac{2}{3} \text{ si } \overline{v}_2 < p \leq \overline{v}_1 \\ 0 \text{ si } p > \overline{v}_1 \end{cases}$

   Le raisonnement pour la maximisation du profit est analogue à ce que nous avons fait dans la partie précédente.

   Deux possibilités pour l'entreprise : fixer un prix (constant au cours du temps) $p = \overline{v}_1$ ou $p = \overline{v}_2$.

   Si $p = \overline{v}_1$, alors le profit est égal à $\frac{2}{3}\overline{v}_1$.

   Si $p = \overline{v}_2$, alors le profit est égal à $\overline{v}_2$.

   La firme fixe donc $p = \overline{v}_1$ si $\overline{v}_1 > \frac{3}{2}\overline{v}_2$. Ce qui est le cas puisque par hypothèse $\overline{v}_1 > 3\overline{v}_2$. Elle réalise alors un profit égal à

   $$\pi(p) = \frac{2}{3}\overline{v}_1$$

2. Stratégie de discrimination par les soldes

   Seuls les agents de type 1 consomment en première période. Le profit réalisé en première période est donc $\frac{1}{2}\overline{v}_1$.

   En deuxième période les agents 2 et 3 consomment. Le profit est donc

   $$\pi(\overline{v}_1, \overline{v}_2) = \frac{1}{2}\overline{v}_2$$

   La stratégie de soldes est moins profitable que le prix constant si $\overline{v}_1 > 3\overline{v}_2$.

   Comment interpréter ce résultat différent de celui de la première partie ? D'une part, le profit sans soldes est plus élevé qu'auparavant, car la plus grande proportion de clients "riches", disposés à payer, rend une stratégie d'exclusion rentable (au prix $p = \overline{v}_1$ les consommateurs de type 2 sont exclus). D'autre part, la patience du type 3 tempère la faculté de discriminer du monopole, comme le prédit la "conjecture de Coase". Finalement, ces deux raisons expliquent que la stratégie de soldes devienne moins rentable que l'exclusion (non-discriminatoire) avec un prix constant.

3. Optimalité de la stratégie $(\overline{v}_1, \overline{v}_2)$

   Considérons d'abord la **deuxième période**.

   Selon le prix pratiqué à la période 1, la firme fait face aux seuls consommateurs 2 ou aux consommateurs 2 et 3. Les consommateurs 1 ayant une disponibilité à payer égale à 0 en période 2 consommeront toujours en période 1.

   La firme peut alors fixer un prix égal à $\overline{v}_2$ ou $\underline{v}_3$.

   1er cas : les consommateurs 3 consomment en période 1. Elle fixe alors $\overline{v}_2$.

   2e cas : les consommateurs 3 consomment en période 2. Si elle fixe un prix $\overline{v}_2$, son profit est $\frac{1}{2}\overline{v}_2$. Si elle fixe un prix $\underline{v}_3$ son profit est $\frac{1}{6}\underline{v}_3$. Elle fixe alors $\overline{v}_2$ car on par hypothèse $\underline{v}_3 < 3\overline{v}_2$.

   En **première période**, l'entreprise a trois solutions, elle peut fixer un prix égal :

   1. à $\overline{v}_2$, si bien que tous les consommateurs achètent en première période,

   2. ou à $\overline{v}_1$, si bien que les consommateurs 2 et 3 attendent la deuxième période

   3. ou bien encore un prix $p_1$intermédiaire $\overline{v}_2 \leq p_1 \leq \overline{v}_1$, choisi tel que les consommateurs 3 préfèrent acheter en première période et que seuls les consommateurs de type 2 attendent la deuxième période

pour acheter. Ce prix est donc tel que $\overline{v}_1 - p_1 \geq \underline{v}_3 - p_2 = \underline{v}_3 - \overline{v}_2$, c'est-à-dire $p_1 \leq \overline{v}_1 - \underline{v}_3 + \overline{v}_2$.
L'entreprise choisit donc dans ce cas $p_1 = \overline{v}_1 - \underline{v}_3 + \overline{v}_2$.

Si elle fixe $\overline{v}_1$ alors les consommateurs 1 achètent en première période et les consommateurs 2 et 3 achètent en deuxième période. L'entreprise réalise un profit en première période égal à $\frac{1}{2}\overline{v}_1$ et en deuxième période un profit de $\frac{1}{2}\overline{v}_2$.

Si elle fixe $\overline{v}_2$ tous les consommateurs achètent en première période. La firme réalise un profit $\overline{v}_2$.

Si elle fixe $p_1 = \overline{v}_1 - \underline{v}_3 + \overline{v}_2$, les consommateurs 1 et 3 achètent en première période et les consommateurs 2 achètent en deuxième période. La firme réalise un profit en première période égal à $\frac{2}{3}\ p_1 = \frac{2}{3}\left(\overline{v}_1 - \underline{v}_3 + \overline{v}_2\right)$ et en deuxième période un profit égale à $\frac{1}{3}\overline{v}_2$. Le profit total est $\frac{2}{3}\left(\overline{v}_1 - \underline{v}_3 + \overline{v}_2\right) + \frac{1}{3}\overline{v}_2 = \frac{2}{3}\overline{v}_1 - \frac{2}{3}\underline{v}_3 + \overline{v}_2$.

La première solution est préférable à la seconde.

Elle est également préférable à la troisième si $\frac{1}{2}\overline{v}_1 + \frac{1}{2}\overline{v}_2 \geq \frac{2}{3}\overline{v}_1 - \frac{2}{3}\underline{v}_3 + \overline{v}_2$, c'est-à-dire $\frac{1}{6}\overline{v}_1 - \frac{2}{3}\underline{v}_3 + \frac{1}{2}\overline{v}_2 \leq 0$, ce qui est vérifié puisque $\overline{v}_1 \leq 4\underline{v}_3 - 3\overline{v}_2$.

C'est donc cette solution

$$p_1 = \overline{v}_1$$

qui sera choisie.

Cet exercice nous a permis de comprendre comment la pratique des soldes peut être rationalisée selon un argument de discrimination par les prix : distinguer des consommateurs disposés à payer et impatients d'autres consommateurs plus patients et moins fortunés qui attendent les soldes pour acheter.

Il nous a également permis de *construire un exemple* cette logique de discrimination intertemporelle est rompue, car la patience de certains consommateurs pourtant fortunés dissuade le monopole de discriminer au cours du temps. Ce résultat est conforme à ce que nous enseigne la conjecture de Coase, le rôle crucial de la patience du consommateur pour déterminer le pouvoir de discrimination du monopole.

On peut également faire le lien avec certaines pratiques commerciales observées, notamment celle de rembourser les acheteurs d'un bien durable si la firme baisse son prix par la suite (une pratique courante de Chrysler dans les années 1980). Ce type de pratique permet à la firme de s'engager crédiblement à ne pas pratiquer la discrimination intertemporelle. Or notre exercice nous montre dans la deuxième partie pourquoi cette non-discrimination affichée peut s'avérer rentable pour le monopole.