Correction de l'exercice sur l'oligopole

Question préliminaire : Sous l'hypothèse de comportement concurrentiel, chaque entreprise considère le prix comme fixé et suppose pouvoir échanger toute quantité à ce prix. Elle cherche donc à maximiser son profit $\pi_i = pq_i - c_i(q_i)$. Si la fonction de coût est concave q_i est telle que $c_i'(q_i) = p$. Par suite, pour l'entreprise 1 $\left\{\begin{array}{l} q_1 = 0 \text{ si } p < 1 \\ q_1 \text{ indéterminé si } p = 1 \\ q_1 = \infty \text{ sinon} \end{array}\right.$ et pour l'entreprise 2, $q_2 = p$

(i) si $p = 1, q_2 = 1$; par suite l'offre $q_1 + 1$ égalise la demande $6 - p = 5$. Et donc $q_1 = 4$.

(ii) si $p < 1$, $\pi_1 < 0$ d'où $q_1 = 0$. L'offre est donc $q_1 + q_2 = p + 0 < 1$ et la demande $6 - p > 5$. Il n'y a pas d'équilibre.

(iii) puisque $q_1 = \infty$, il n'y a pas d'équilibre.

Il existe un unique équilibre $\mathcal{E}^\star = \{p^\star = 1, q_1^\star = 4, q_2^\star = 1, \pi_1^\star = 0, \pi_2^\star = 0,5\}$

Partie I

Question 1. Le profit de l'entreprise i s'écrit $\pi_i(q_1, q_2) = p(q_1 + q_2)q_i - c(q_i)$. On en déduit les fonctions de réactions :

$$R_1(q_2) = \left\{\begin{array}{l} \frac{1}{2}(5 - q_2) \text{ si } q_2 \leq 5 \\ 0 \text{ sinon} \end{array}\right. \qquad R_2(q_1) = \left\{\begin{array}{l} \frac{1}{3}(6 - q_1) \text{ si } q_1 \leq 6 \\ 0 \text{ sinon} \end{array}\right.$$

L'équilibre de Nash est le point de rencontre des deux fonctions de réactions. En ce point, noté C, l'entreprise i considérant que sa rivale offre sur le marché q_j^c juge optimal d'offrir une quantité q_i^c et réciproquement. Les valeurs à l'équilibre en sont déduites :

$$\mathcal{E}^c = \left\{ p^c = \frac{14}{5}, q_1^c = \frac{9}{5}, q_2^c = \frac{7}{5}, \pi_1^c = \left(\frac{9}{5}\right)^2, \pi_1^c = \frac{3}{2}\left(\frac{7}{5}\right)^2 \right\}$$

Remarque 1. En partant d'un point $M = (q_1, q_2)$ quelconque et en enchaînant la réactions des entreprises $R_1 \circ R_2 \circ R_1 \circ ... R_2 \circ R_1(M)$, la chaîne converge vers le point d'équilibre C.

Remarque 2. Le cas où $R_2(q_1) = 0$ si $q_1 > 6$ ne se produit jamais. Effectivement, $q_1 \leq 6 - p \leq 6$.

Comparaison avec l'équilibre concurrentiel : prix supérieur, quantité inférieur, profits plus élevés.

Question 2. La condition de premier ordre peut aussi s'écrire

$$p(Q) + q_i \frac{\partial p}{\partial q_i}(Q) - c_i'(q_i) = 0$$

Ainsi, $\frac{p(Q) - c_i'(q_i)}{p(Q)} = -q_i \frac{P'(Q)}{P(Q)} = \frac{s_i}{\varepsilon} \equiv L_i$ où $s_i = \frac{q_i}{Q}$ est la part de marché de la firme i et ε l'élasticité de la demande. L_i est l'indice de Lerner ou encore le taux de marge. La concurrence est d'autant plus intense que l'indice de Lerner est faible. En concurrence parfaite $L_i = 0$.

Question 3. Voir le cours.

Question 4. Notons HHI par $H \equiv s_2^2 + s_1^2$. De cet indice il peut être déduit le taux de marge moyen $L = \sum_i s_i L_i = \frac{H}{\varepsilon}$.
Pour l'entreprise 1, $\pi_1 = (p - c_1'(q_1))q_1 = \frac{p-c_1'(q_1)}{p}\frac{q_1}{Q}pQ = s_1^2\frac{pQ}{\varepsilon}$. Sous l'hypothèse d'un coût marginal constant de l'entreprise 2, ie qui implique $\pi_2 = s_2^2\frac{pQ}{\varepsilon}$, on déduit $\pi_1 + \pi_2 = H\frac{pQ}{\varepsilon}$.

Question 5. Les entreprises s'entendent afin de maximiser leur profit joint $\Pi = p(q_1+q_2)(q_1+q_2) - c_1(q_1) - c_2(q_2)$. Les conditions nécessaires du premier ordre de ce programme, $\frac{\partial \Pi}{\partial q_1}(q_1,q_2) = \frac{\partial \Pi}{\partial q_2}(q_1,q_2) = 0$ conduisent à $q_1 = \frac{3}{2}, q_2 = 1$. Les valeurs à l'équilibre en sont déduites :

$$\mathcal{E}^{col} = \left\{ p^e = \frac{7}{2}, \pi_1^e = \frac{15}{4}, \pi_2^e = 3 \right\}$$

Aucune des deux entreprises n'ont intérêt à dévier pour revenir à la situation de Cournot, les profits étant plus élevés ici. Ceci dit, dès que l'une respecte l'entente, sa rivale a intérêt à dévier discrètement pour se placer sur sa courbe de meilleure réponse : il n'y a pas de stabilité à la collusion.

Partie II

Question 1. Il s'agit ici de la concurrence à la Stackelberg. Si l'entreprise 1 est "leader", son profit s'écrit

$$\pi_1(q_1) = p(q_1 + R_2(q_1))q_1 - c_1(q_1)$$

On en déduit

$$\mathcal{E}^s = \left\{ p^s = \frac{5}{2}, q_1^s = \frac{9}{4}, q_2^s = \frac{5}{4}, \pi_1^s = \frac{27}{8}, \pi_2^s = \frac{3}{2}\left(\frac{5}{4}\right)^2 \right\}$$

Par ailleurs, $q_1^s > q_1^c$; $q_2^s < q_2^c; p^s < p^c; \pi_1^s > \pi_1^c; \pi_2^s < \pi_2^c$

L'entreprise 1 utilise son avantage de "leader" et obtient un profit supérieur que dans une concurrence à la Cournot ; dans le duopole de Stackelberg la quantité totale disponible sur le marché est plus importante, et le prix plus faible. A contrario, l'entreprise 2 obtient un profit plus faible qu'avec Cournot.

Question 2. Les résultats sont symétriques.